

义务教育数学课程标准中的

统计与概率

福建师大数学与统计学院 林火南

江苏师大数学与统计学院 2023.2.25

提纲

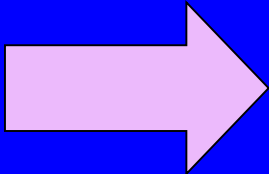
1. 《义务教育数学课程标准2022年版》“统计与概率”的初步解读
2. 《义务教育数学课程标准2022年版》与2011年版“统计与概率”的比较
3. 2022年版新课标中“统计与概率”若干范例的教与学建议
4. 概率统计理论教与学问题的思考
5. 统计思维和统计方法漫谈

1

《义务教育数学课程标准2022年版》“统计与概率”的初步解读

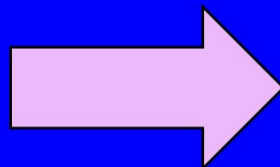
义务教育课程规定了教育目标、教育内容和教学基本要求，体现国家意志，在立德树人中发挥着关键作用。

教育需求从：

“有学上”  “上好学”

教育需求从：

“有学上”



“上好学”

教育需求从： 具体的体现？

“有学上” → “上好学”

指导思想

- 反映时代特征,努力构建具有中国特色、世界水准的义务教育课程体系。
- 聚焦核心素养,培养学生适应未来发展的正确价值观、必备品格和关键能力。

随着大数据分析、人工智能的发展，数学研究与应用领域不断拓展。

确立核心素养导向的课程目标！

不同的人^{在数学上}得到不同的发展，
逐步形成适应终身发展需要的核心素养。

何谓核心素养？

学生应具备的**适应**终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力，突出强调个人修养、社会关爱、家国情怀，更加注重自主发展、合作参与、创新实践。

注重启发式教学，……利用**观察、猜测、实验、计算、推理、验证、数据分析、直观想象**等方法分析问题和解决问题；……逐步形成核心素养。

● 课程目标以学生发展为本，以核心素养为导向

● 进一步强调使学生获得数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验（简称“四基”）

● 发展运用数学知识与方法发现、提出、分析和解决问题的能力（简称“四能”）

● 形成正确的情感、态度和价值观。

通俗说法：

- 数学概念
- 数学思维
- 数学应用

- 义务教育阶段数学课程内容**由数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践**四个学习领域组成。
- **数与代数、图形与几何、统计与概率**以**数学核心内容和基本思想为主线**循序渐**进，每个学段的主题有所不同。**
- **综合与实践**以培养学生综合运用所学知识和方法解决实际问题的能力为目标，……引导学生综合运用数学学科和跨学科的知识与方法解决问题。

● 学会用数学的眼光观察现实世界、用数学的思维思考现实世界、用**数学的语言**表达现实世界。

● **数学语言**主要表现为：数据意识或数据观念、模型意识或模型观念、应用意识。

● 能够**感悟数据**的意义与价值，有意识地**使用真实数据**表达、解释与分析现实世界中的**不确定现象**；

● 欣赏数学语言的简洁与优美，逐步养成用数学语言表达与交流的习惯，形成跨学科的应用意识与实践能力。

● **第一学段（1~2年级）** 经历简单的分类过程，能根据给定的标准进行分类，形成初步的数据意识。

● **第二学段（3~4年级）** 经历简单的数据收集过程，了解数据收集、整理和呈现的简单方法；理解平均数的意义，会用平均数解决问题；形成初步的数据意识。

● **第三学段（5~6年级）** 经历收集、整理和表达数据的过程，会用条形统计图、折线统计图表达数据，并作出简单的判断；理解百分数的意义，了解随机现象发生的可能性；形成数据意识和初步的应用意识。

第四学段（7~9年级）

- 掌握数据收集与整理的基本方法，理解随机现象；
- 探索利用统计图表表示数据的方法，理解各种统计图表的功能；
- 经历利用样本推断总体的过程，能够计算平均数、方差、四分位数等基本统计量，了解频数、频率和概率的意义；
- 形成数据观念、模型观念和推理能力。

核心素养的主要表现及其内涵

表现	内 涵	阶段
数据意识	数据意识主要是指对数据的意义和随机性的感悟。<u>知道</u>在现实生活中，有许多问题应当先做调查研究收集数据，感悟数据蕴含的信息；<u>知道同样的事情每次收集到的数据可能不同，而只要有足够的数据就可能从中发现规律</u>；<u>知道</u>同一组数据可以用不同方式表达，需要根据问题的背景选择合适的方式。<u>形成</u>数据意识有助于理解生活中的随机现象逐步养成用数据说话的习惯。	小学

核心素养的主要表现及其内涵

表现	内 涵	阶段
数据观念	数据观念主要是指对数据的意义和随机性有比较清晰的认识。知道数据蕴含着信息，需要根据问题的背景和所要研究的问题确定数据收集、整理和分析的方法；知道可以用定量的方法描述随机现象的变化趋势及随机事件发生的可能性大小。形成数据观念有助于理解和表达生活中随机现象发生的规律，感知大数据时代数据分析的重要性，养成重证据、讲道理的科学态度。	初中

各学段各领域的主题

领域	学 段			
	第一学段 (1~2年级)	第二学段 (3~4年级)	第三学段 (5~6年级)	第四学段 (7~9年级)
统计与概率	1.数据分类	1.数据的收集、整理与表达。	1.数据的收集整理与表达， 2.随机现象发生的可能性。	1.抽样与数据分析 2.随机事件的概率
综合与实践	重在解决实际问题，以跨学科主题学习为主，主要包括主题活动和项目学习等。第一、第二、第三学段主要采用主题式学习，将知识内容融入主题活动中；第四学段可采用项目式学习。			

学业质量描述

► **强调：**在经历“用数学的眼光发现和提出问题，用数学的思维与数学的语言分析和解决问题”的过程中所形成的模型观念、数据观念、应用意识和创新意识等。

► 义务教育数学课程学业质量标准

小学阶段

能对物体、图形或数据按照一定的标准分类。能分析与表达数据中蕴含的信息，能绘制简单的数据统计表和统计图，知道数据的统计意义，能对一些随机现象发生的可能性大小作定性描述，形成数据意识和推理意识。

学业质量描述

学
业
质
量

义务教育数学课程学业质量标准

初
中
阶
段

知道频数、频率和**概率**的意义，能够进行**简单的数据分析**，形成数据观念。综合运用数学和其他学科知识与方法解决问题，积累数学活动经验，**发展核心素养**。

2

《义务教育数学课程标准2022年版》与2011年版“统计与概率”的比较

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的比较

义务教育数学课程标准2022年版

目 录

一、课程性质	1
二、课程理念	2
三、课程目标	5
(一) 核心素养内涵	5
(二) 总目标	11
(三) 学段目标	11
四、课程内容	16
小学部分	17
(一) 数与代数	17
(二) 图形与几何	27
(三) 统计与概率	36
(四) 综合与实践	42
初中部分	53
(一) 数与代数	53
(二) 图形与几何	62
(三) 统计与概率	73
(四) 综合与实践	77
五、学业质量	80
(一) 学业质量内涵	80
(二) 学业质量描述	80
六、课程实施	84
(一) 教学建议	84
(二) 评价建议	89
(三) 教材编写建议	92
(四) 课程资源开发与利用	96
(五) 教学研究与教师培训	97
附 录	99
附录 1 课程内容中的实例	99
附录 2 有关行为动词的分类	181

义务教育数学课程标准2011年版

目 录

第一部分 前言	(1)
一、课程性质	(1)
二、课程基本理念	(2)
三、课程设计理念	(3)
第二部分 课程目标	(8)
一、总目标	(8)
二、学段目标	(10)
第三部分 课程内容	(16)
第一学段(1~3年级)	(16)
一、数与代数	(16)
二、图形与几何	(18)
三、统计与概率	(19)
四、综合与实践	(20)
第二学段(4~6年级)	(20)
一、数与代数	(20)
二、图形与几何	(23)
三、统计与概率	(25)
四、综合与实践	(26)
第三学段(7~9年级)	(26)
一、数与代数	(26)
二、图形与几何	(31)
三、统计与概率	(39)
四、综合与实践	(41)
第四部分 实施建议	(42)
一、教学建议	(42)
二、评价建议	(52)
三、教材编写建议	(59)
四、课程资源开发与利用建议	(67)
附录	(72)
附录 1 有关行为动词的分类	(72)
附录 2 课程内容及实施建议中的实例	(74)

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的比较

义务教育数学课程标准2022年版

目 录

一、课程性质	1
二、课程理念	2
三、课程目标	5
(一) 核心素养内涵	5
(二) 总目标	11
(三) 学段目标	11
四、课程内容	16
小学部分	17
(一) 数与代数	17
(二) 图形与几何	27
(三) 统计与概率	36
(四) 综合与实践	42
初中部分	53
(一) 数与代数	53
(二) 图形与几何	62
(三) 统计与概率	73
(四) 综合与实践	77
五、学业质量	80
(一) 学业质量内涵	80
(二) 学业质量描述	80
六、课程实施	84
(一) 教学建议	84
(二) 评价建议	89
(三) 教材编写建议	92
(四) 课程资源开发与利用	96
(五) 教学研究与教师培训	97
附 录	99
附录 1 课程内容中的实例	99
附录 2 有关行为动词的分类	181

义务教育数学课程标准2011年版

目 录

第一部分 前言	(1)
一、课程性质	(1)
二、课程基本理念	(2)
三、课程设计思路	(3)
第二部分 课程目标	(8)
一、总目标	(8)
二、学段目标	(10)
第三部分 课程内容	(16)
<u>第一学段(1~3 年级)</u>	(16)
一、数与代数	(16)
二、图形与几何	(18)
三、统计与概率	(19)
四、综合与实践	(20)
<u>第二学段(4~6 年级)</u>	(20)
一、数与代数	(20)
二、图形与几何	(23)
三、统计与概率	(25)
四、综合与实践	(26)
<u>第三学段(7~9 年级)</u>	(26)
一、数与代数	(26)
二、图形与几何	(31)
三、统计与概率	(39)
四、综合与实践	(41)
第四部分 实施建议	(42)
一、教学建议	(42)
二、评价建议	(52)
三、教材编写建议	(59)
四、课程资源开发与利用建议	(67)
附 录	(72)
附录 1 有关行为动词的分类	(72)
附录 2 课程内容及实施建议中的实例	(74)

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

3. 体验数据收集、处理、分析和推断过程，理解抽样方法，体验用样本估计总体的过程；进一步认识随机现象，能计算一些简单事件的概率。

图形特征的过程，建立基本的几何概念；通过尺规作图^[1]等直观操作的方法，理解平面图形的性质与关系；掌握基本的几何证明方法；知道平移、旋转和轴对称的基本特征，理解相关概念；认识平面直角坐标系，能够通过平面直角坐标系描述图形的位置与运动；形成推理能力，发展空间观念和几何直观。掌握数据收集与整理的基本方法，理解随机现象；探索利用统计图表表示数据的方法，理解各种统计图表的功能；经历利用样本推断总体的过程，能够计算平均数、方差、四分位数等基本统计量，了解频数、频率和概率的意义；形成数据观

方法

2. 探索并理解平行线、三角形、四边形和圆的基本性质；探索并理解基本的证明方法和基本的作图技能；探索并理解平移、旋转、轴对称；认识投影与视图；探索并理解平面直角坐标系及其应用。

3. 体验数据收集、处理、分析和推断过程，理解抽样方法，体验用样本估计总体的过程；进一步认识随机现象，能计算一些简单事件的概率。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

掌握数据收集与整理的基本方法，**理解**随机现象；**探索**利用统计图表表示数据的方法，**理解**各种统计图表的功能；**经历**利用样本推断总体的过程，**能够计算**平均数、方差、四分位数等基本统计量，**了解**频数、频率和概率的意义；形成数据观念、模型观念和推理能力。在项目学习中，**综合运用**数学和其他学科知识与方法解决问题，积累数学活动经验，**发展核心素养**。

图形特征的过程，建立基本的几何直观。掌握数据收集与整理的基本方法，理解随机现象；探索利用统计图表表示数据的方法，理解各种统计图表的功能；经历利用样本推断总体的过程，能够计算平均数、方差、四分位数等基本统计量，了解频数、频率和概率的意义；形成数据观

方法

2. 探索并理解平行线、三角形、四边形和圆的基本性质；探索并理解证明的方法和基本的作图技能；探索并理解平移、旋转、轴对称；认识投影与视图；探索并理解平面直角坐标系及其应用。

3. 体验数据收集、处理、分析和推断过程，理解抽样方法，体验用样本估计总体的过程；进一步认识随机现象，能计算一些简单事件的概率。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的小学阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

第一学段（1-2 年级）

1. 数据分类

（1）会对物体、图形或数据进行分类，初步了解分类与分类标准的关系，形成初步的数据意识。

第二学段（3-4 年级）

1. 数据的收集、整理与表达

（1）经历简单的数据收集和整理、描述和分析的过程，了解简单的收集数据的方法，会呈现数据整理的结果（例 39）。

（2）通过对数据的简单分析，感受数据蕴含着信息，体会运用数据进行表达与交流的作用。

义务教育数学课程标准2011年版

第一学段（1-3 年级）

（1）能根据给定的标准或者自己选定的标准，对事物或数据进行分类，感受分类与分类标准的关系。

（2）经历简单的数据收集和整理过程，了解调查、测量等收集数据的简单方法，并能用自己的方式（文字、图画、表格等）~~（删除）~~呈现整理数据的结果。

（3）通过对数据的简单分析，体会运用数据进行表达与交流的作用，感受数据蕴涵信息。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的小学阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

第二学段（3-4 年级）

（3）认识条形统计图，**会**用条形统计图合理表示和分析数据。

（4）能读懂报纸、电视、互联网等媒体中的简单统计图表。

（5）探索平均数的意义，能解决有关的简单实际问题（例 40）。**（新增）**

（6）能在简单的实际情境中，合理应用统计图表和平均数（例 41），形成初步的数据意识和应用意识。**（新增）**

义务教育数学课程标准2011年版

第二学段（4-6 年级）

（一）简单数据统计过程

~~（1）经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程（可使用计算器）。（删除）~~

~~（2）会根据实际问题设计简单的调查表，能选择适当的方法（如调查、试验、测量）收集数据。（删除）~~

（3）认识条形统计图、~~扇形统计图、折线统计图（删除）~~；能用条形统计图、~~折线统计图~~直观且有效地表示数据。

（4）体会平均数的作用，能计算平均数，能用自己的语言解释其实际意义。

（5）能从报纸杂志、电视等媒体中，有意识地获得一些数据信息，并能读懂简单的统计图表。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的小学阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

第三学段（5-6 年级）

1. 数据的收集、整理与表达

（1）根据实际问题需要，经历数据收集、整理和分析的过程，能合理述说数据分析的结论. **（新增）**

（2）认识折线统计图、扇形统计图；会用条形统计图、折线统计图呈现相关数据，解释所表达的意义.

（3）能从各种媒体中获得所需要的数据，读懂其中的简单统计图表（例 44）.

（4）结合具体情境，探索百分数的意义，能解决与百分数有关的简单实际问题，感受百分数的统计意义.

（5）在简单的实际情境中，应用统计图表或百分数，形成数据意识和初步的应用意识.

（新增）

义务教育数学课程标准2011年版

第二学段（4-6 年级）

~~（6）能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流.~~ **（删除）**

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的小学阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

第三学段（5-6 年级）

2. 随机现象发生的可能性

（1）通过实例感受简单的随机现象及其结果发生的可能性。

（2）在实际情境中，能对一些简单随机现象发生可能性的大小作出定性描述。

义务教育数学课程标准2011年版

第二学段（4-6 年级）

（二）随机现象发生的可能性

（1）在具体情境中，通过实例感受简单的随机现象；能列出简单的随机现象中所有可能发生的结果。

（2）~~通过试验、游戏等活动，感受随机现象结果发生的可能性是有大小的~~（删除），能对一些简单的随机现象发生的可能性大小作出定性描述，并能进行交流。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的初中阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

1.抽样与数据分析

(1) 体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样.

(2) **进一步**经历收集、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程；能用计算器处理较为复杂的数据.

(3) 会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据.

(4) 理解平均数、**中位数、众数**
(新增)的意义，能计算中位数、众数、加权平均数，**知道**它们是对数据集中趋势的描述.

(1) 经历收集、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程；能用计算器处理较为复杂的数据.

(2) 体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样.

(3) 会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据.

(4) 理解平均数的意义，能计算中位数、众数、加权平均数，**了解**它们是数据集中趋势的描述.

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的初中阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

1.抽样与数据分析

(5) 体会刻画数据离散程度的意义，会计算**一组**数据的**离差平方和****(新增)**、方差。

(6) 经历数据分类的活动，知道按照组内离差平方和最小的原则对数据进行分类的方法**(新增)**。

(7) 通过实例，了解频数和频数分布的意义，能画频数直方图，能利用频数直方图解释数据中蕴含的信息。

(8) 体会样本与总体关系，知道可以用**样本平均数估计总体平均数**，**用样本方差估计总体方差**。

(5) 体会刻画数据离散程度的意义，会计算**简单**数据的方差。

(6) 通过实例，了解频数和频数分布的意义，能画频数直方图，能利用频数直方图解释数据中蕴涵的信息。

(7) 体会样本与总体关系，知道可以**通过样本平均数、样本方差推断总体平均数和总体方差**。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的初中阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

1.抽样与数据分析

(9) 会计算四分位数，了解四分位数与箱线图的关系，感悟百分位数的意义 **(新增)**。

(10) 能解释**数据分析**的结果，**能**根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。

(11) 通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。

(8) 能解释**统计**结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。

(9) 通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。

义务教育数学课程标准2022年版与2011年版的初中阶段要求内容比较

义务教育数学课程标准2022年版

义务教育数学课程标准2011年版

2.随机事件的概率

(1) 能通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果，了解事件的概率.

(2) 知道通过大量重复试验，可以用频率估计概率.

(1) 能通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果，了解事件的概率.

(2) 知道通过大量的重复试验，可以用频率来估计概率.

原汁原味!

3

2022年版新课标中“统计与概率”若干范例的教与学建议

义务教育 数学课程标准

(2022 年版)

中华人民共和国教育部制定

附 录

附录 1 课程内容中的实例

例 1 用算盘表示多位数

【说明】算盘起源于中国，以排列成串的算珠作为计算工具，成串算珠称为档，中间横梁把算珠分为上、下两部分，每个上珠代表 5，每个下珠代表 1。每串算珠从右至左依次代表十进位值制的个位、十位、百位、千位、万位数，可以任意选定某档为个位，不拨珠空档表示 0。



主题：抽样与数据分析 随机事件的概率



“抽样与数据分析”强调从实际问题出发，根据问题背景设计收集数据的方法，经历更加有条理地收集、整理、描述、分析数据的过程，利用样本平均数估计总体平均数，利用样本方差估计总体方差，体会抽样的必要性和数据分析的合理性；



“随机事件的概率”强调经历简单随机事件发生概率的计算过程，尝试用概率定量描述随机现象发生的可能性大小，理解概率的意义。

新课标中第一个涉及统计与概率的范例

例 37 制订分类标准

选择不同的标准，把全班同学分为两类，记录并呈现调查的结果，讲述调查的过程。

【说明】分类是对数据进行的初步整理，也可以是设计数据获取方案的基础。在活动中，可以让学生感知数据蕴含着信息，为以后统计与概率的学习积累感性经验。教学中，应鼓励学生合理地提出分类标准，依据标准对调查数据进行分类。具体可作如下设计。

特点：开放性、动手实践！

2022年版版新课标中“统计与概率”若干范例的教与学建议

(1) 鼓励学生自己制订分类标准，感悟分类标准与数据信息之间的关联。例如，按照性别分类可以知道男、女同学的多少，按照出生年月分类可以知道同学的年龄状况，等等。

(2) 可以以小组为单位制订分类标准，设计调查方案，进行调查研究，收集数据，完成分类。

(3) 尝试运用各种方式（如文字、图画、表格等）呈现小组的调查结果，讲述调查的过程和结论。

(4) 在这样的教学过程中，要引导学生进行小组内的交流和全班内的积极配合，培养协同意识和交往能力。

特点：发散性思维、合作交流！

2012年人教版小学一年级数学（下）



3

分类与整理

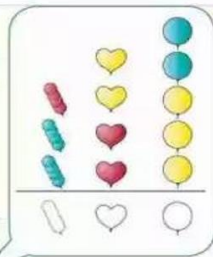
1



按不同的形状分一分，
每种气球各有几个？



我边数边画。

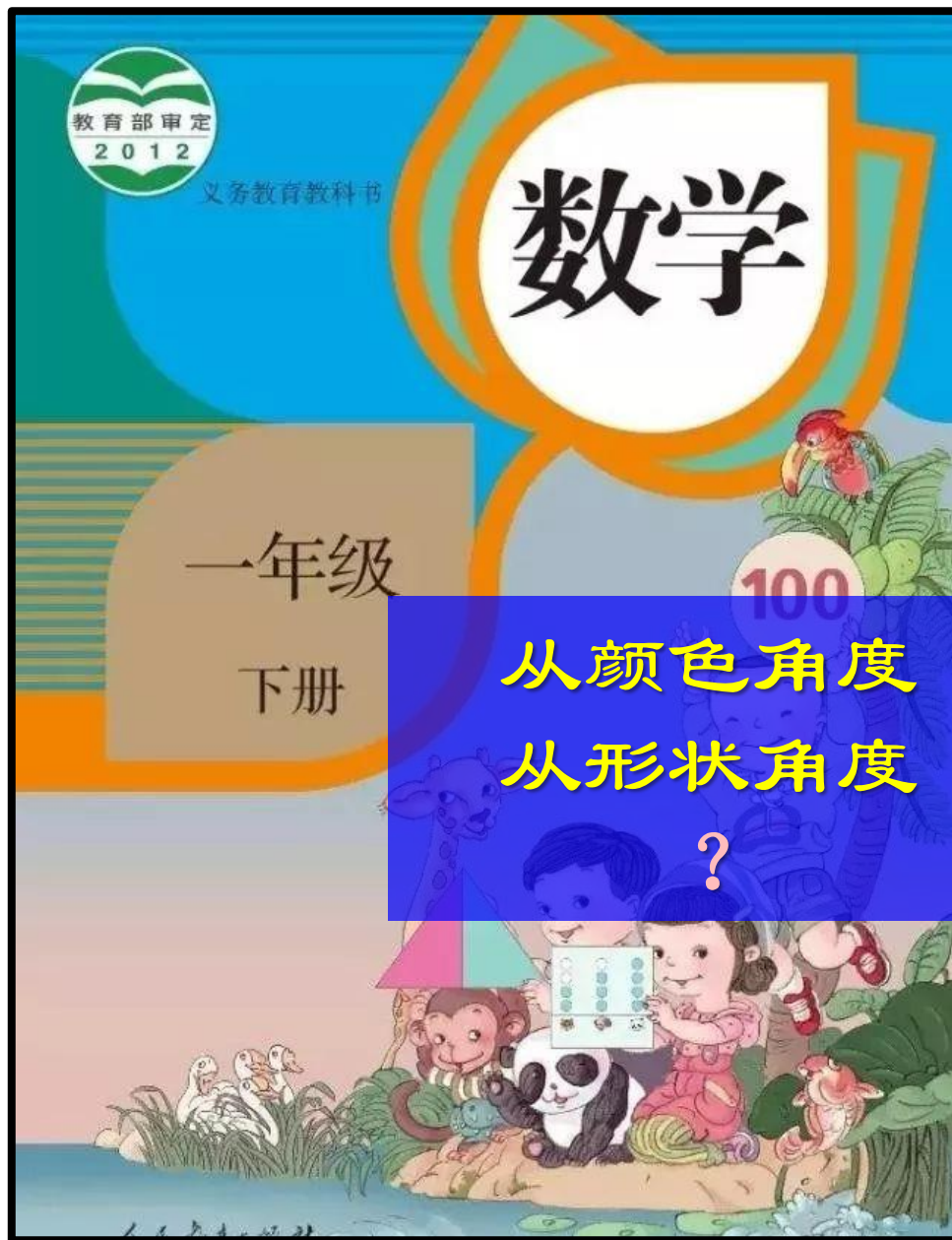


3个 4个 5个

哪种气球最多？
哪种气球最少？



还可以怎样分？



3 分类与整理

1

有这么多气球，可以怎样分类呢？

按不同的形状分一分，每种气球各有几个？

我先分一分，再数一数。

我边数边画。

3个	4个	5个
----	----	----

哪种气球最多？
哪种气球最少？

还可以怎样分？

新课标中涉及抽样调查统计的范例

例83 设计调查方案

了解本年级的同学是否喜欢某部电视剧.调查的结果适用于学校的全体学生吗? 适用于全地区的电视观众吗? 如果不适用, 应当如何改进调查方法?

见范例第83题

新课标中涉及抽样调查的范例

例83 设计调查方案

了解本年级的同学是否喜欢某部电视剧.调查的结果适用于学校的全体学生吗? 适用于全地区的电视观众吗? 如果不适用, 应当如何改进调查方法?

见范例第83题

这里面涉及一门统计学科:
抽样技术和数据收集
抽样调查理论与方法
抽样技术

例 83 设计调查方案

了解本年级的学生是否喜欢某部电视剧。调查的结果适用于学校的全体学生吗？适用于全地区的电视观众吗？如果不适用，应当如何改进调查方法？

【说明】对于许多问题，不可能也不必要得到与问题有关的所有数据，只需要得到一部分数据（样本）就可以对总体的情况进行估计，这就是随机抽样。显然，如果得到的样本能够客观反映问题，那么估计就会准确一些，否则就会差一些。因此，需要寻找一个好的抽取样本的方法，使得样本能够客观地反映总体。本学段主要学习简单随机抽样方法，这是收集数据的通用方法。

对于本例的问题，由于同一个年级的学生差异不大，采用简单随机抽样方法比较合适。可以在上学时在学校门口随机问询，也可以按学号随机问询。为了分析方便，需要把问题结果数字化，如将“喜欢这部电视剧”记为 1，“不喜欢这部电视剧”记为 0。

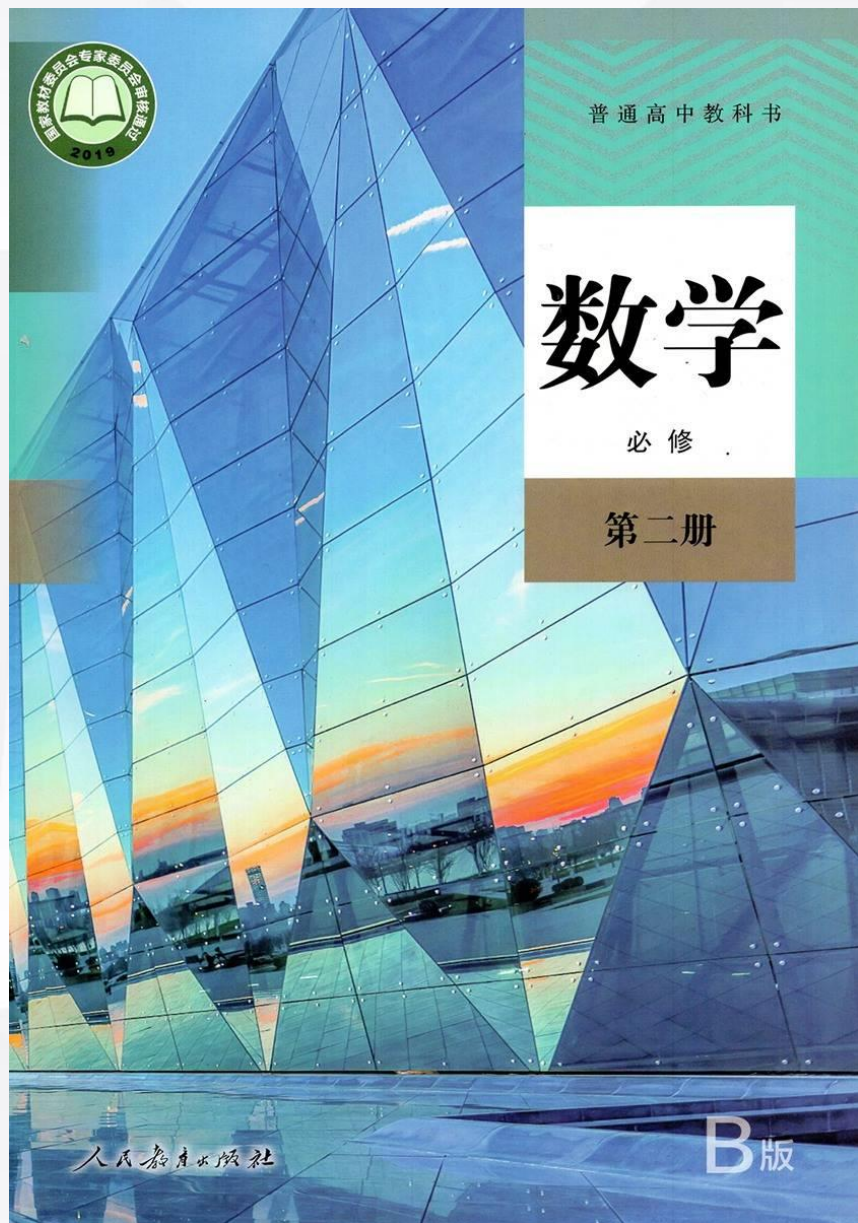
对于这样的问题，被问询的学生人数不能少于 20，取 40~50 比较合适。当然，能问到的学生越多越好，但需要花费更多的精力。由此可见，一个好的抽样方法不仅希望“精度高”，还希望“花费少”。

假设被问询的学生人数为 n ，记录数据的和为 m ，则说明学生中喜欢这部电视剧的比例为 $\frac{m}{n}$ 。可以依此估计本年级的学生中喜欢这部电视剧的比例。由于不同年级的学生差异较大，这个调查结果一

这部电视剧的比例。由于不同年级的学生差异较大，这个调查结果一般不适合学校的全体学生。

用这个数据估计全地区的电视观众喜欢这部电视剧的比例是不合适的，因为不同年龄段的人喜欢的电视剧往往不同。为了对全地区的电视观众是否喜欢这部电视剧的情况进行估计，可以采用分层抽样方

法，例如：依据年龄分层，需要知道各年龄段人口的比例，按照人口比例分配样本容量，而在各层内部采取随机抽样；或者依据职业分层。教师应该了解分层抽样方法，而学生只需学习简单随机抽样方法。



目录

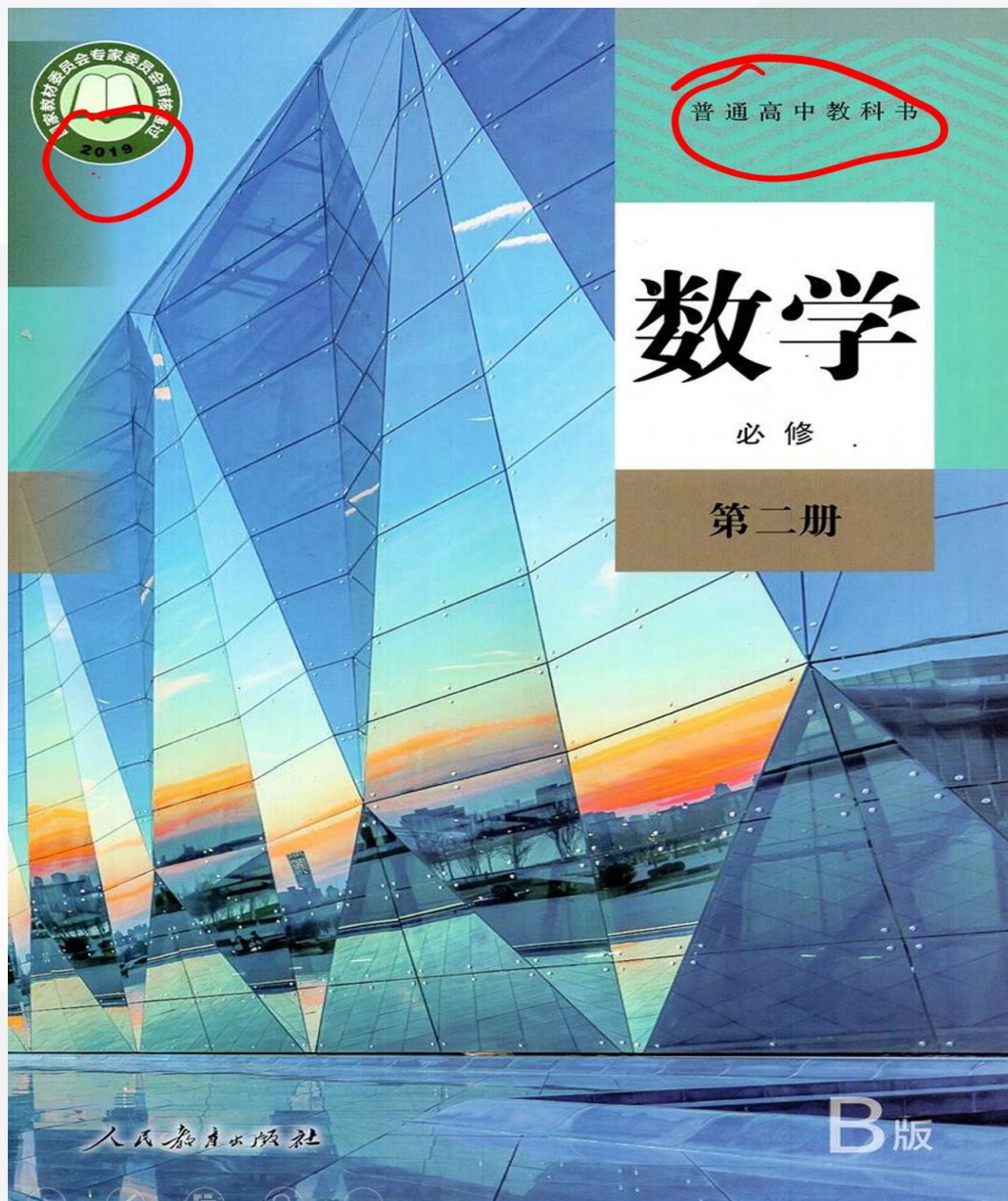


第四章 指数函数、对数函数与幂函数	1
4.1 指数与指数函数	3
4.1.1 实数指数幂及其运算	3
4.1.2 指数函数的性质与图像	9
4.2 对数与对数函数	15
4.2.1 对数运算	15
4.2.2 对数运算法则	20
4.2.3 对数函数的性质与图像	24
4.3 指数函数与对数函数的关系	30
4.4 幂函数	33
4.5 增长速度的比较	38
4.6 函数的应用（二）	42
4.7 数学建模活动：生长规律的描述	46
本章小结	50



第五章 统计与概率	53
5.1 统计	55
5.1.1 数据的收集	55
5.1.2 数据的数字特征	61
5.1.3 数据的直观表示	68
5.1.4 用样本估计总体	77
5.2 数学探究活动：由编号样本估计总数及其模拟	90
5.3 概率	93
5.3.1 样本空间与事件	93
5.3.2 事件之间的关系与运算	98
5.3.3 古典概型	102
5.3.4 频率与概率	108

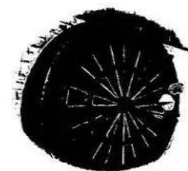
2019年人教版高中数学（二）



目录



第四章 指数函数、对数函数与幂函数	1
4.1 指数与指数函数	3
4.1.1 实数指数幂及其运算	3
4.1.2 指数函数的性质与图像	9
4.2 对数与对数函数	15
4.2.1 对数运算	15
4.2.2 对数运算法则	20
4.2.3 对数函数的性质与图像	24
4.3 指数函数与对数函数的关系	30
4.4 幂函数	33
4.5 增长速度的比较	38
4.6 函数的应用（二）	42
4.7 数学建模活动：生长规律的描述	46
本章小结	50



第五章 统计与概率	53
5.1 统计	55
5.1.1 数据的收集	55
5.1.2 数据的数字特征	61
5.1.3 数据的直观表示	68
5.1.4 用样本估计总体	77
5.2 数学探究活动：由编号样本估计 总数及其模拟	90
5.3 概率	93
5.3.1 样本空间与事件	93
5.3.2 事件之间的关系与运算	98
5.3.3 古典概型	102
5.3.4 频率与概率	108

3. 分层抽样

尝试与发现

某高中高一新生共有 900 人，其中男生 500 人，女生 400 人。学校现在想了解高一新生对文史类课程的看法，以便开设有关选修课程，准备从高一新生中抽取 45 人进行访谈：

(1) 如果直接采用简单随机抽样，会有什么缺点？

(2) 采用怎样的抽样方法较好？

如果相对于要考察的问题来说，总体是由有明显差别的几部分组成时，直接采用简单随机抽样得出的样本，可能并不具有代表性。

例如，上述尝试与发现中，一般来说，男生与女生对文史类课程的看法存在差别，如果采用简单随机抽样，得到的样本中，男生（女生）所占比例与总体中的男生（女生）所占比例可能存在较大差异，从而导致最后得到的结果不能很好地反映总体的情况。

为了避免出现这种情况，可以在抽样时要求样本中的男生（女生）所占比例与总体中男生（女生）所占比例一致。设样本中男生为 x 人，女生为 y 人，则应有



为了避免出现这种情况，可以在抽样时要求样本中的男生（女生）所占比例与总体中男生（女生）所占比例一致。设样本中男生为 x 人，女生为 y 人，则应有

$$\frac{x}{45} = \frac{500}{900}, \quad \frac{y}{45} = \frac{400}{900}, \quad \text{即} \quad \frac{x}{500} = \frac{y}{400} = \frac{45}{900},$$

从而有 $x=25$, $y=20$. 这就是说，应从高一新生的男生中抽取 25 人，女生中抽取 20 人。在男生和女生中抽取时，可以用简单随机抽样的方法。

一般地，如果相对于要考察的问题来说，总体可以分成有明显差别的、互不重叠的几部分时，每一部分可称为层，在各层中按层在总体中所占比例进行随机抽样的方法称为分层随机抽样（简称为分层抽样）。

通过分层抽样所得到的样本，一般更具有代表性，可以更准确地反映总体的特征，尤其是在层内个体相对同质而层间差异较大时更是如此。分层抽样在各层中抽样时，还可根据各层的特点灵活地选用不同的随机抽样方法。有些情况下，人们除了对总体的信息感兴趣，还希望得到各层的内部信息，这时采用分层抽样更是自然的选择。因此，分层抽样方法的应用比较广泛。

随机抽样调查的设计效应

何谓设计效应 $Deff$?

$$Deff = \frac{n \text{Var}(\bar{y})}{(1-f)S^2}$$

所采用的抽样方法导致的方差

$$= \frac{\text{Var}(\bar{y})}{\frac{1}{n}(1-f)S^2}$$

SRS产生的方差

相同的样本容量、相同的待估未知参数的
无偏估计量的方差与SRS方法得到的对应
估计量的方差之比

抽样方法导致的方差为何如此重要 ?

随机误差的度量问题

众所周知一个无偏估计量 $\hat{\theta}_n$ 与待估参数 θ 的差 $\hat{\theta}_n - \theta$ 的所有可能取值的概率平均值等于 0, 即

$$E(\hat{\theta}_n - \theta) = 0$$

用这个 $\hat{\theta}_n$ 平均的概念是无法度量估计量的偏差的! 由于随机性, $\hat{\theta}_n$ 可以在 θ 的左边, 也可以在 θ 的右边, 而在前述平均意义下, 这些正负偏差可以互相抵消。实际应用中考虑的是随机误差绝对值 $|\hat{\theta}_n - \theta|$ 。通常用所有可能随机误差平方的平均值 $MSE(\hat{\theta}_n) = E(\hat{\theta}_n - \theta)^2$ 来度量随机误差的大小, 称为均方误差。在 $\hat{\theta}_n$ 是 θ 的无偏估计的前提下, $MSE(\hat{\theta}_n) = E(\hat{\theta}_n - \theta)^2 = Var(\hat{\theta}_n)$

随机抽样调查的设计效应

何谓设计效应 $Deff$?

$$Deff = \frac{n \text{Var}(\bar{y})}{(1-f)S^2}$$
$$= \frac{\text{Var}(\bar{y})}{\frac{1}{n}(1-f)S^2}$$

所采用的抽样方法导致的方差

为什么很重要?

方差——稳定性刻画;
误差估计——区间估计;

.....

SRS产生的方差

相同的样本容量、相同的待估未知参数的
无偏估计量的方差与SRS方法得到的对应
估计量的方差之比

分层随机抽样的效果分析

- 对于固定样本量的情况，如果 $1/N_h$ 相对1可以忽略，那么

$$V_{opt} \leq V_{prop} \leq V_{srs}.$$

- 通常分层抽样比简单随机抽样的精度要高。
 - 而当各层的标准差相差很大时，则最优分配更好。
 - 如果各层均值差异越大，则采用按比例分配的方式较好；
 - 在调查多个目标变量时，按比例分配的分层抽样可能更好些

随机抽样方法：

简单随机抽样、

分层抽样、

整群抽样、

系统抽样、

多阶段抽样、

复杂抽样？

- 随机组方法
- 平衡半方法
- 刀切法
- 自助法
- 泰勒级数法
- 广义函数方差

重抽样

随机抽样方法：

简单随机抽样、

分层抽样、

整群抽样、

系统抽样、

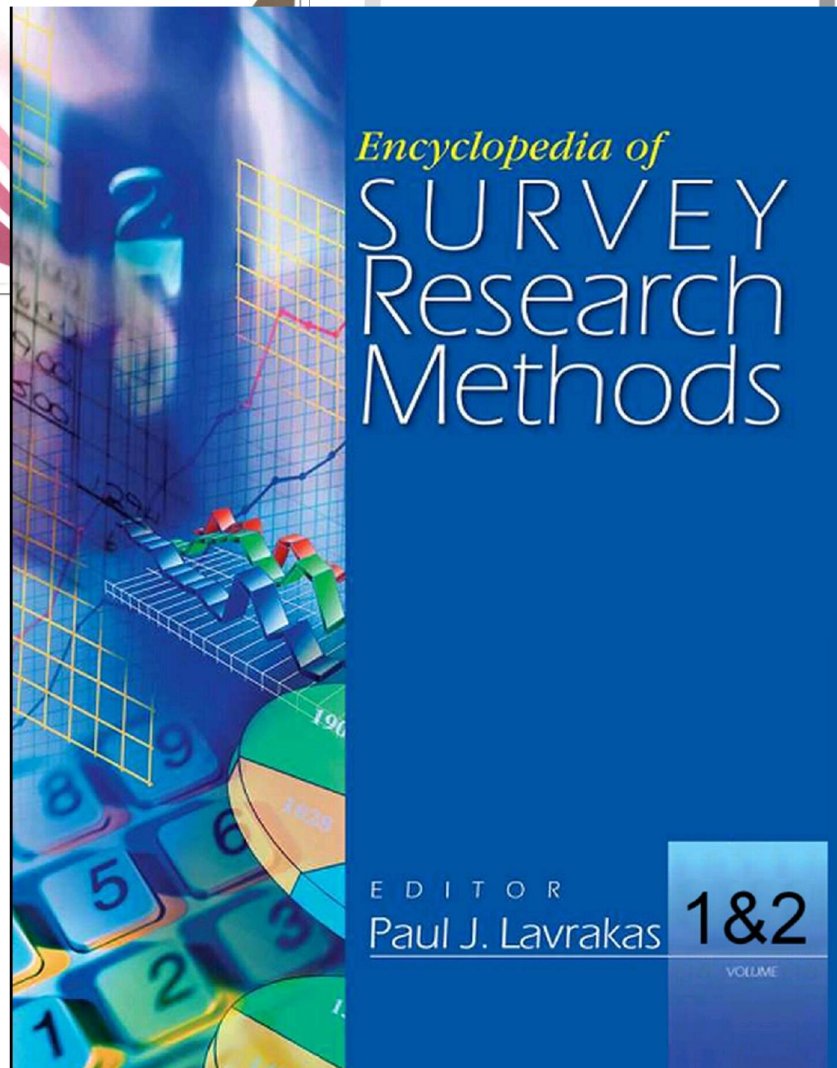
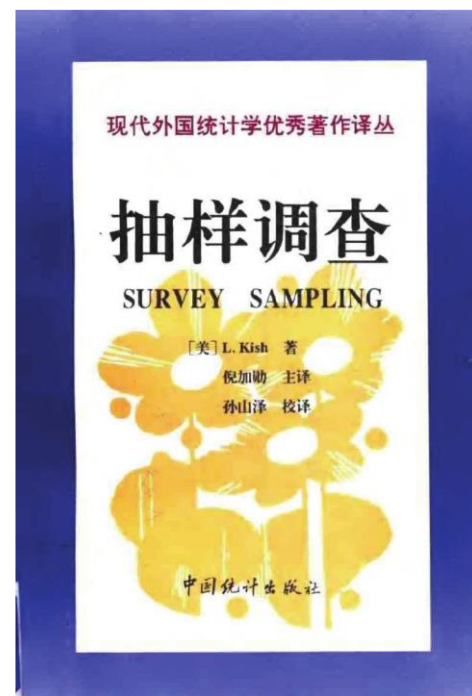
多阶段抽样、

复杂抽样？

捕获再捕获方法，

二相抽样方法

敏感性问题调查方法



1024页，
一千多美元

范例第85题—数据分组原则

例85 数据分组的原则

表9中记录了我 国10个省份2020年人均地区生产总值（人均GDP）的数据，数据表明，这10个省份的人均GDP是有区别的.如果要把这10个省份依据人均GDP的多少分为两个组，你认为应当如何划分，并说出划分的道理

见范例第85题

例 85 数据分组的原则

表 9 中记录了我国 10 个省份 2020 年人均地区生产总值（人均 GDP）的数据，数据表明，这 10 个省份的人均 GDP 是有区别的。如果要把这 10 个省份依据人均 GDP 的多少分为两个组，你认为应当如何划分，并说出划分的道理。

表 9 2020 年 10 省份人均 GDP 数据

省份序号	人均 GDP/万元
1	15.68
2	6.24
3	10.11
4	7.18
5	16.42
6	12.13
7	7.37
8	10.07
9	8.85
10	7.16

【说明】在大数据分析中，数据的分组是重要的方法之一。虽然可以有多种方法对数据进行分组，但是，使得“组内离差平方和最小”的方法是最传统的，也是非常合理的。

先讨论一般的方法。假设有 n 个数据，不失一般性，假设这些数据都不相等，表示为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。如果把这些数据分为两组，例如，前 m 个数据为一组（称为第一组），后 $(n-m)$ 个数据为一组（称为第二组），那么，这 n 个数据的离差平方和可以分解为两类离差平方和：一类反映两个组内数据的离散程度，另一类反映两组数据之间的差异程度。用公式表示如下：

组（称为第二组），那么，这 n 个数据的离差平方和可以分解为两类离差平方和：一类反映两个组内数据的离散程度，另一类反映两组数据之间的差异程度。用公式表示如下：

$$\begin{aligned} S^2 &= (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \\ &= (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_m - \bar{x})^2 + (x_{m+1} - \bar{x})^2 + \\ &\quad (x_{m+2} - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 \\ &= (x_1 - \bar{x}_1 + \bar{x}_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x}_1 + \bar{x}_1 - \bar{x})^2 + \cdots + \\ &\quad (x_m - \bar{x}_1 + \bar{x}_1 - \bar{x})^2 + (x_{m+1} - \bar{x}_2 + \bar{x}_2 - \bar{x})^2 + (x_{m+2} - \bar{x}_2 + \\ &\quad \bar{x}_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x}_2 + \bar{x}_2 - \bar{x})^2 \\ &= (x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_1)^2 + \cdots + (x_m - \bar{x}_1)^2 + (x_{m+1} - \bar{x}_2)^2 + \\ &\quad (x_{m+2} - \bar{x}_2)^2 + \cdots + (x_n - \bar{x}_2)^2 + m(\bar{x}_1 - \bar{x})^2 + \\ &\quad (n - m)(\bar{x}_2 - \bar{x})^2 \\ &= [(x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_1)^2 + \cdots + (x_m - \bar{x}_1)^2 + (x_{m+1} - \bar{x}_2)^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (x_{m+2} - \bar{x}_2)^2 + \cdots + (x_n - \bar{x}_2)^2] + [m(\bar{x}_1 - \bar{x})^2 + \\
 & (n - m)(\bar{x}_2 - \bar{x})^2] \\
 & = S_1^2 + S_2^2,
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 S_1^2 &= (x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_1)^2 + \cdots + (x_m - \bar{x}_1)^2 + (x_{m+1} - \bar{x}_2)^2 + \\
 & (x_{m+2} - \bar{x}_2)^2 + \cdots + (x_n - \bar{x}_2)^2,
 \end{aligned}$$

$$S_2^2 = m(\bar{x}_1 - \bar{x})^2 + (n - m)(\bar{x}_2 - \bar{x})^2,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n), \quad \bar{x}_1 = \frac{1}{m}(x_1 + x_2 + \cdots + x_m),$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n - m}(x_{m+1} + x_{m+2} + \cdots + x_n).$$

行差分析!

通常称 S_1^2 为组内离差平方和，它表达了两个组内数据的离散程度；称 S_2^2 为组间离差平方和，它表达了两个组间的差异。一个合理的分组原则是使 S_1^2 达到最小、 S_2^2 达到最大。由于总体离差平方和 S^2 不变，只需考虑使组内离差平方和达到最小即可。

现在，通过对表 9 中数据的分析，说明按照上述原则分组的方法。问题是“把 10 个省份依据人均 GDP 的多少分为两个组”。显然，按照组内离差平方和最小的原则，就能保证人均 GDP 相差不多的省份在一个组。可以先将 10 个数据按从小到大排列，得到

6.24, 7.16, 7.18, 7.37, 8.85, 10.07, 10.11, 12.13, 15.68, 16.42。

然后，将这些数据依次分为两组，有下面 9 种情况：

第一组 1 个、第二组 9 个数据，计算组内离差平方和得到 $S_{1,1}^2$ ；

第一组 2 个、第二组 8 个数据，计算组内离差平方和得到 $S_{2,1}^2$ ；

计算结果表明，将排序后的前 7 个数据分为一组、后 3 个数据分为另一组，可以使组内离差平方和达到最小值。最后，依据数据对应的省份，分出的两组是：

{省份 2, 省份 3, 省份 4, 省份 7, 省份 8, 省份 9, 省份 10},
{省份 1, 省份 5, 省份 6}。

通过数据也可以看到，这样的分组是合理的。

需要特别说明的是，对于不同分组个数之间的比较，需要进行更加细致的分析。例如，对于上面的数据，可以提出“是不分组合适，还是分两组合适，抑或分三组合适”的问题，因此，需要在数据分析的过程中消除分组个数不同带来的影响。如果有学生对这类问题感兴趣，教师可以引导这些学生查阅有关 AIC 或 BIC 分类准则的资料，或者查阅其他介绍大数据分类方法的图书。

计算结果表明，将排序后的前 7 个数据分为一组、后 3 个数据分为另一组，可以使组内离差平方和达到最小值。最后，依据数据对应的省份，分出的两组是：

{省份 2, 省份 3, 省份 4, 省份 7, 省份 8, 省份 9, 省份 10},

{省份 1, 省份 5, 省份 6}。

通过数据也可以看到，这样的分组是合理的。

需要特别说明的是，对于不同分组个数之间的比较，需要进行更加细致的分析。例如，对于上面的数据，可以提出“是不分组合适，

还是分两组合适，抑或分三组合适”的问题，教师在大数据分析的过程中消除分组个数不同带来的影响。如有关 A 类问题的案例，教师可以引导这些学生查阅相关 A 类问题的图书。或者查阅其他介绍大数据分类分析的图书。

特点：与大数据科学、信息学联系！涉及统计学的方差分析、似然函数和多元统计分析

多元统计

涉及概率理论的范例

例88 分析可能性的大小

抛掷两枚骰子，用 n 和 m 分别表示两枚骰子朝上出现的点数，那么点数之和 $(n+m)$ 可能取2~12中的任何一个整数，分析点数之和分别取这此整数的可能性的大小.

见范例第88题

这里面涉及频率与概率、概率的直观意义、概率的本质意义！

4

概率统计理论教与学 问题的思考

概率模型：从频率 → 统计概率 → 概率公理化体系

- 偶然（随机）现象与必然现象
- 从偶然（随机）现象  随机试验
- 随机试验 E:
 - i) 可以在相同条件下可重复进行;
 - ii) 可能的结局(结果)不止一个,并且事前已明确所有的可能结局;
 - iii) 事前不能肯定最终出现是哪个结局,且一旦完成试验有且仅有一个可能的结局出现。

- 可能的结局(结果) 不止一个,并且事前已明确所有的可能结局

ω

样本空间

所有的可能结局—— Ω

所关心的某些可能结局 随机事件
A, B, ...

- **频率的稳定性:**事件A在n次重复试验中出现 n_A 次, 则称比值 $\frac{n_A}{n}$ 为事件A在n次重复试验中出现的频率, 记为 $f_n(A)$, 即

$$f_n(A) = \frac{n_A}{n} .$$

● 频率的性质

(1) $0 \leq f_n(A) \leq 1;$

(2) $f_n(\Omega)=1; \quad f_n(\phi)=0$

(3) 可加性: 若 $A \cap B = \phi$, 则

$$f_n(A \cup B) = f_n(A) + f_n(B)$$

- **事件的概率 $P(A)$ 定义:**若对随机试验 E 所对应的样本空间 Ω 中的每一事件 A , 均赋予一实数 **$P(A)$** , 集合函数

$P(A)$ 满足条件: (1) $P(A) \geq 0$;

(2) $P(\Omega) = 1$;

(3) 可列可加性: 设 $A_1, A_2, \dots$, 是一列两两互不相容的事件, 即 $A_i A_j = \phi$, $(i \neq j), i, j = 1, 2, \dots$, 有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

则称 $P(A)$ 为事件 A 的概率。

2022年版数学新课标 P76

2. 随机事件的概率

能描述简单随机事件的特征（可能结果的个数有限，每一个可能结果出现的概率相等），能用列表、画树状图等方法求出简单随机事件所有可能的结果以及指定随机事件发生的所有可能结果，能计算简单随机事件的概率；知道经历大量重复试验，随机事件发生的频率具有稳定性，能用频率估计概率；体会数据的随机性以及概率与统计的关系；能综合运用统计与概率的思维方法解决简单的实际问题。

【教学提示】

随机事件的概率的教学。要从小学阶段的定性描述逐渐走向初中阶段的定量分析，应当通过简单易行的情境，引导学生感悟随机事件，理解概率是对随机事件发生可能性大小的度量；引导学生认识一类简单的随机事件，其所有可能发生结果的个数是有限的，每个可能结果发生的概率是相等的，在此基础上了解简单随机事件概率的计算方法；引导学生通过大量重复试验，发现随机事件发生频率的稳定性，感悟用频率估计概率的道理，会用频率估计概率。在这样的过程中，引导学生会从统计与概率的角度认识、理解和表达现实世界中大量存在的随机现象。

■ 概率论的发展历史与几种早期概率

定义及其局限

• **古典概型** 若某试验E满足

1.有限性:样本空间 $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$;

2.等可能性: (?)每个基本事件概率相等!

$$P(\{\omega_1\})=P(\{\omega_2\})=\dots=P(\{\omega_n\}).$$

则称E为古典概型也叫等可能概型

概率论的发展历史与几种早期概率

定义及其局限

• **古典概型** 若某试验E满足

1.有限性:样本空间 $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$;

2.等可能性: 各个基本事件发生的机会是平等的, 对称的, 处于同样有利的地位。

则称E为古典概型也叫等可能概型

$$P(\{\omega_1\})=P(\{\omega_2\})=\dots=P(\{\omega_n\}).$$

- 广东省2004年高考第13题

某班委会由4名男生与3名女生组成.现从中选出2人担任正副组长,其中至少有1名女生当选的概率是____ (用分数作答).

该题的标准答案认为,由于基本事件组有

$$n = C_7^2 = 21$$

个等可能基本事件. 其中事件A"至少有1名女生"是由

$$m = (C_4^1 C_3^1 + C_3^2) / 2 = 15$$

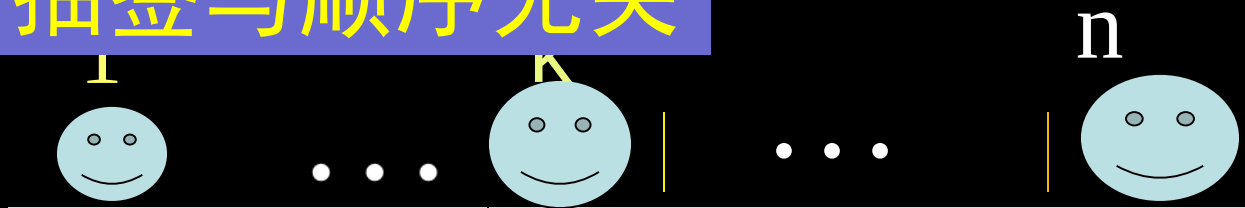
个基本事件组成. 于是根据"概率的古典定义", 答案为: $P(A) = m/n = 5/7$.

有人认为:也可以将“有1名男生当选”,“有2名男生当选”,“没有男生当选”看成由3个等可能的基本事件组。这样“至少有1名女生当选”就由2个基本事件组成.因此答案应该是 $2/3$ 。或者可将“有女生当选”,“没有女生当选”看成由2个等可能的基本事件组.这样“至少有1名女生当选”就由1个基本事件组成.则答案应为 $1/2$ 。

以上三种解法的答案不等。到底谁对? 问题出在哪里? 三种解法似乎都是规定的基本事件组。问题出在对等可能性的理解上。

- 例 某个单位须拆迁本单位的一个居住小区用以建设大型体育设施。为使该小区职工尽快搬离拟拆迁楼房,采取以下“激励”措施:按照搬离并退房的顺序发放号码,届时将按照该号码依次抽签,再根据所抽签得到的号码依次挑选安置房。结果该小区住户争先恐后搬离,争取得到前面的号码,“以免吃亏”。

抽签与顺序无关



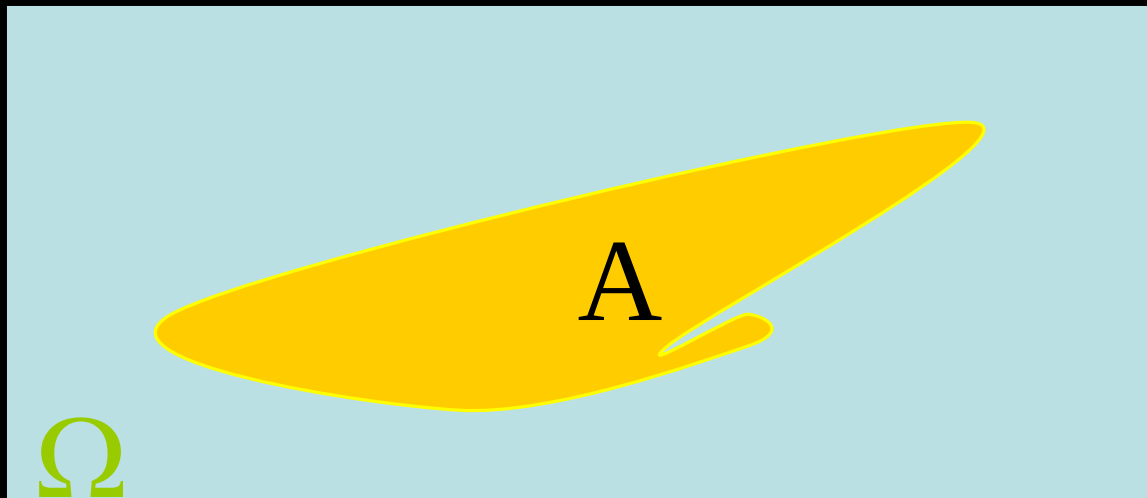
设 ω_i 表示 第 k 个交旧房的住户抽到第 i 号, $i=1, \dots, n$. 则

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}.$$

这是古典概型。

$$P(\{\omega_i\}) = 1/n, \quad i=1, \dots, n.$$

几何概型:



$$P(A) = \frac{A \text{ 的面积}}{\Omega \text{ 的面积}}$$

- 概率的统计定义：A在n次重复试验中出现的频率，记为 $f_n(A)$ ，即

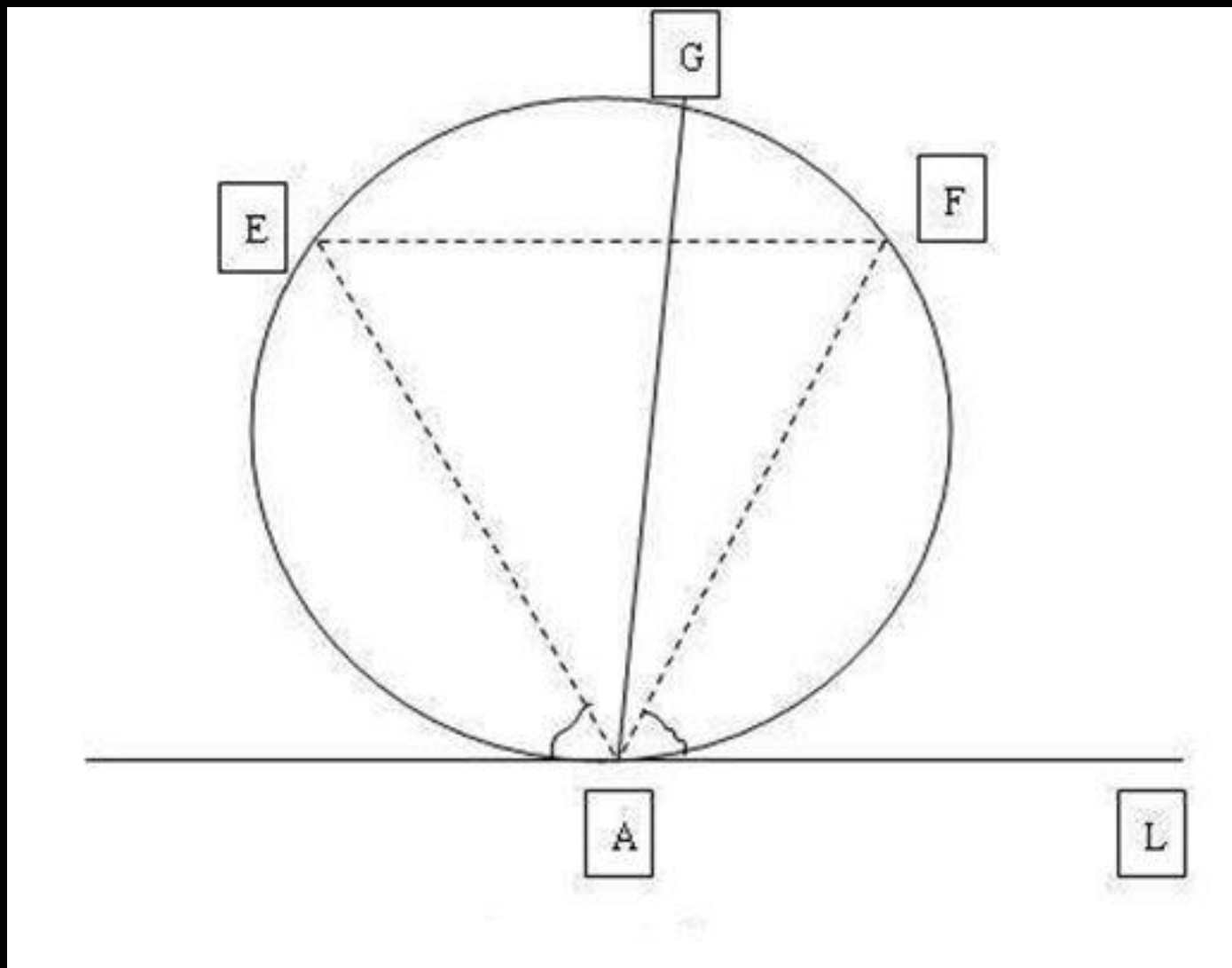
$$f_n(A) = \frac{n_A}{n}$$

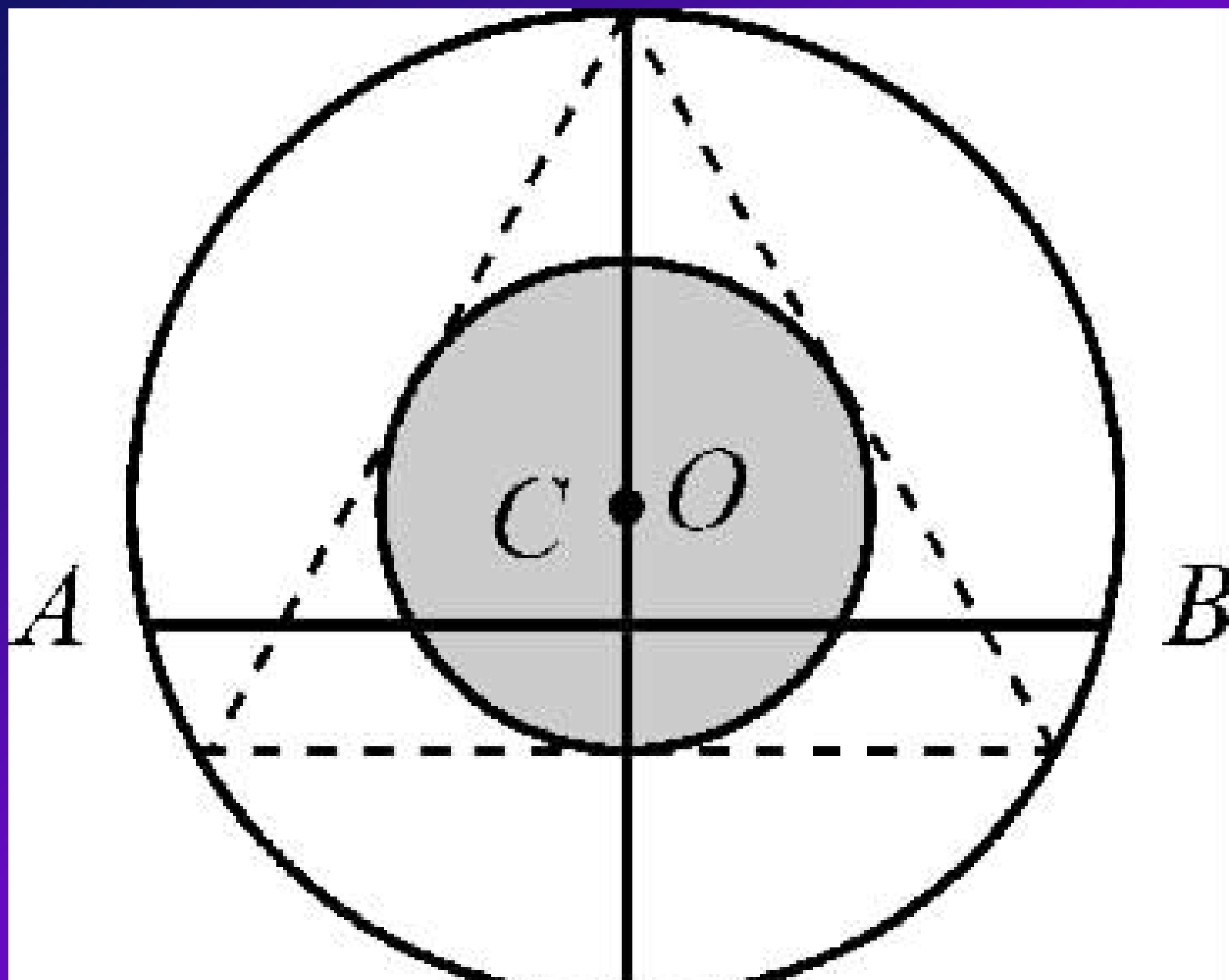
则当n很大时 $f_n(A)$ 会在一个数(记为 $P(A)$)附近摆动,这时称 $P(A)$ 为事件A概率。

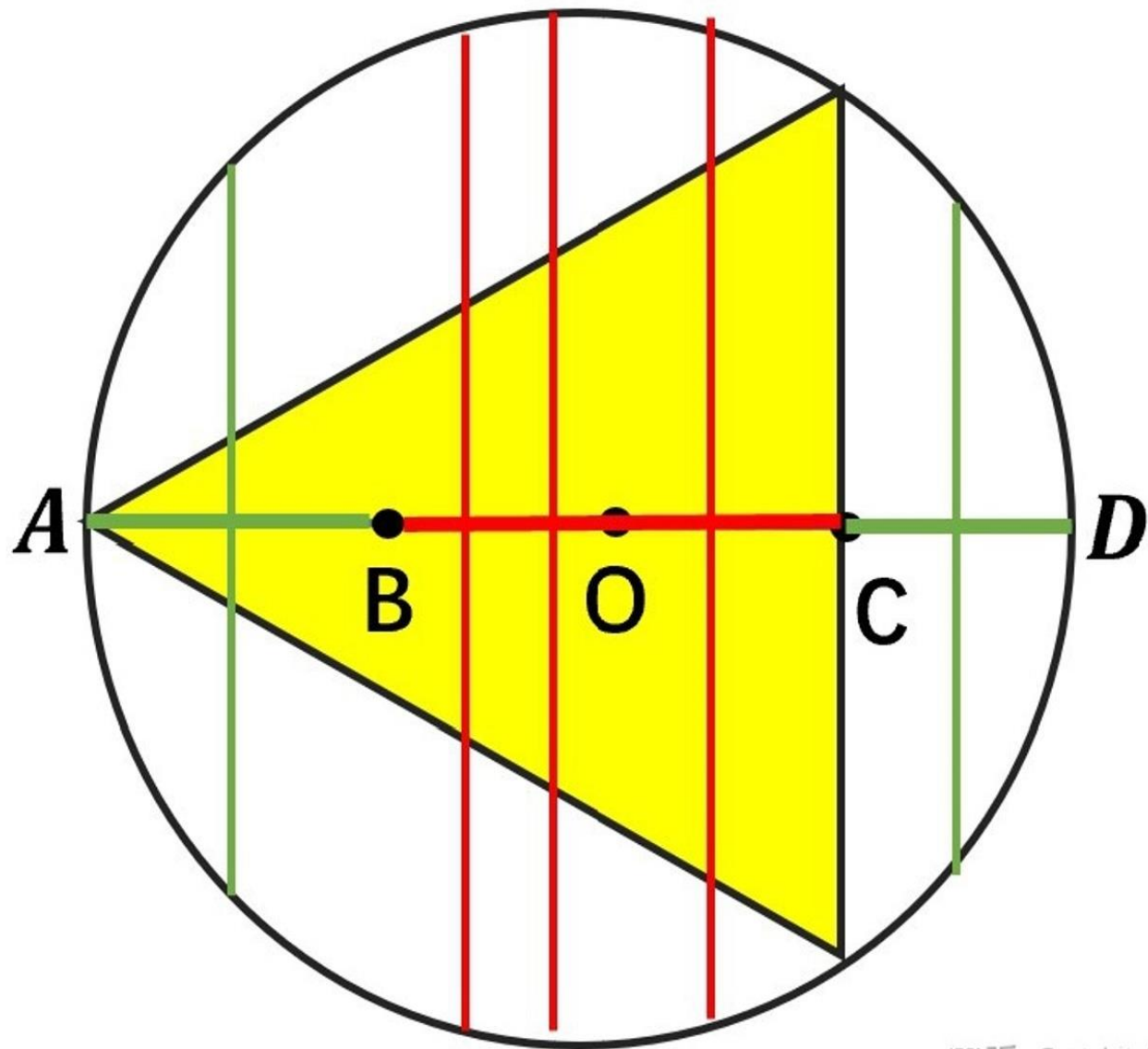
Bertrand奇论

- 在半径为1的圆内随机地取一条弦，则其长超过该圆内接等边三角形的边长 $\sqrt{3}$ 的概率是多少？

贝特朗(Bertrand)问题的解法







• **概率 的公理化定义:**若对随机试验E所对应的样本空间 Ω 中的每一事件A, 均赋予一实数 $P(A)$, 集合函数 $P(A)$ 满足条件:

$$(1) P(A) \geq 0;$$

$$(2) P(\Omega)=1;$$

(3) **可列可加性:** 设 $A_1, A_2, \dots$, 是一列两两互不相容的事件, 即 $A_i A_j = \phi$, $(i \neq j), i, j = 1, 2, \dots$, 有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

则称 $P(A)$ 为事件A的概率。

- **事件的概率 $P(A)$ 定义:** 若对随机试验 E 所对应的样本空间 Ω 中的每一事件 A , 均赋予一实数 **$P(A)$** , 集合函数

$P(A)$ 满足条件: (1) $P(A) \geq 0$;

(2) $P(\Omega) = 1$;

(3) 可列可加性: 设 $A_1, A_2, \dots$, 是一列两两互不相容的事件, 即 $A_i A_j = \emptyset$, $(i \neq j), i, j = 1, 2, \dots$, 有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

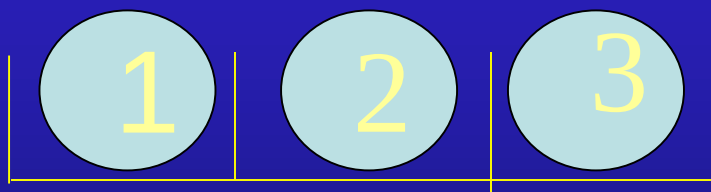
则称 $P(A)$ 为事件 A 的概率。

概率论 模型

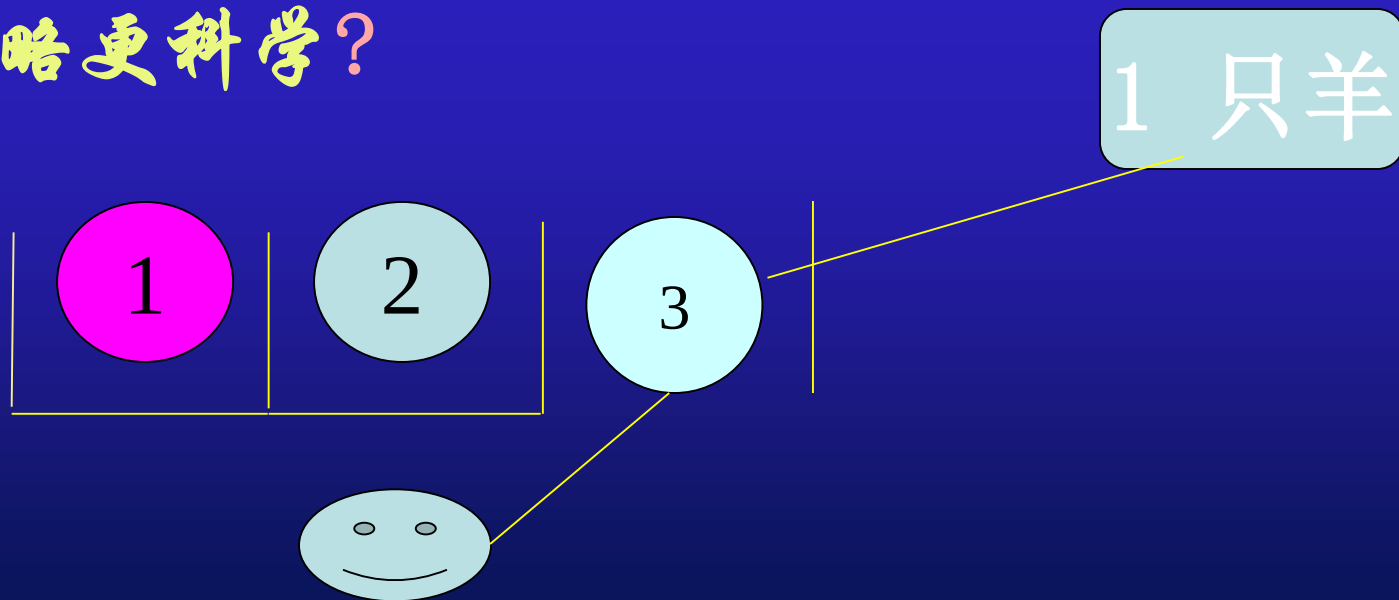
概率模型：从频率 $\rightarrow$ 概率
 $\rightarrow$ 概率公理化体系
 $\rightarrow$ 现代概率论
它构成现代统计学的基石

例 美国的“玛利亚幸运抢答”电台一日公布了这样一道题：在三扇门背后（比如说1号、2号及3号）藏了两只羊与一辆小汽车，如果你猜对了藏汽车的门，则汽车就是你的。现在先让你选择，比方说你选择了1号门。然后主持人打开了另外两扇门中的一扇门，让你看清楚这扇门背后是只羊，接着问你是否想要重新选择？如果再给你一次机会重新选择，你该采取什么策略更科学？

在三扇门背后（比如说1号、2号及3号）藏了两只羊与一辆小汽车，如果你猜对了藏汽车的门，则汽车就是你的。现在先让你选择，比方说你选择了1号门。然后主持人打开了一扇门，比方说主持人打开3号门，**让你看清楚这扇门背后是只羊，接着问你是否想要重新选择？如果再给你一次机会重新选择，你该采取什么策略更科学？**



在三扇门背后（比如说1号、2号及3号）藏了两只羊与一辆小汽车，如果你猜对了藏有汽车的门，则汽车就是你的。现在先让你选择，比方说你选择了1号门。然后主持人打开了其中的一扇门，比方说主持人打开3号门，让你看清楚这扇门背后是只羊，接着问你是否想要重新选择？如果再给你一次机会重新选择，你该采取什么策略更科学？



➤ 玛丽莲的答案是应该换，但是很多读者不同意。

玛丽莲在下一期专栏给出一个事件列表说明她的道理，但反对声更多更大了。在几千封读者来信中，反对者达九成。其中有全国健康机构的统计学家，国防情报中心的副主任，甚至著名的美籍匈牙利数学家保罗·埃 尔笛希（Paul Erdos）也是反对者之一。

1991年2月17日，玛丽莲为此题目作了第三期专栏。她最后是这样说服大家的：假如当主持人打开那个有山羊的门后，有外星人忽然来到台上选。他在能选的两个门中任选一个，有车的概率确实都是50%。但你不是刚到，你有优势，因为主持人帮助过你了，他为你在其余两个门中作了预选。你换了后，概率就由三分之一提高到三分之二了。

例 设有三张形状完全相同但所涂颜色不同的卡片。第一张两是红色，第二张两面都是黑色，而第三张是一面红色一面黑色。将这3张卡片放在帽子里充分混合后，随机地取一张放在地面上。若取出的卡片朝上一面呈红色的，那么另一面是黑色的概率是多少？

■ (凭直观往往认为这个概率为0.5, 其实这是一种错觉!)

例 1) 某一天乙见到甲, 乙问甲有几个小孩?
甲回答说有两个。乙再问是否有女孩? 甲回答说有。现在问甲的两个小孩均为女孩的概率是多少?(假设每胎生男生女机会相等)

2) 某一天乙见到甲牵着一个小女孩, 乙问

甲有几个小孩? 甲回答说有两个。乙再问这是你的小孩吗? 甲回答说是。现在问甲的另

一个小孩也是女孩的概率是多少?
你认为这两个概率值相同吗? 从语言角度
看这两段话意思完全一样吗?

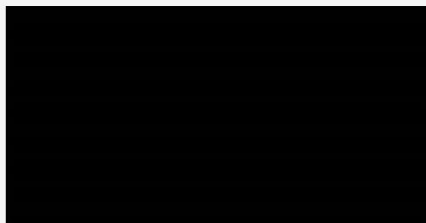
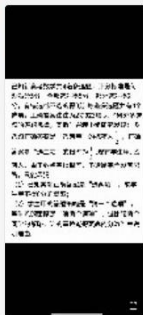
你已添加了發，现在可以开始聊天了。



老同学，早上好！



有問題請教您



已知新高考数学共4道多选题，评分标准是每题满分5分，全部选对得5分，部分选对得2分，有错选或不选的得0分.每道多选题共有4个选项，正确答案往往为2项或3项.为了研究多选题的答题规律，某数学兴趣小组研究发现：多选题正确答案是“选两项”的概率为 $\frac{1}{2}$ ，正确答案是“选三项”的概率为 $\frac{1}{2}$.现有学生甲、乙两人，由于数学基础很差，多选题完全没有思路，只能靠猜.

(1) 已知某题正确答案是“选两项”，求学生甲不得0分的概率；

(2) 学生甲的答题策略是“猜一个选项”，学生乙的策略是“猜两个选项”，试比较两个同学的策略，谁的策略能得更高的分数？并说明理由.



2日 7:47



您好！



找我有何指示啊？



直接切入！





这个答案有问题



教輔教材的答案，我也覺得錯了

【解析】(1) 某题正确答案是“选两项”的条件下

下，学生甲乱猜该题，

他不得0分的情况有两种：

$$\textcircled{1} \text{只选一个选项得2分的概率为：} P_1 = \frac{C_1^2}{C_4^2} = \frac{1}{2},$$

$$\textcircled{2} \text{选两个选项，得5分的概率为：} P_2 = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6},$$

某题正确答案是“选两项”的条件下，学生甲乱猜该题，

$$\text{学生甲不得0分的概率为：} P = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3},$$

(2) 设甲、乙两人的得分分别为 X, Y ，两人的得分期望分别为 $E(X), E(Y)$ ，

则 X 的可能取值为 0, 3，

$$P(X=0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8},$$

$$P(X=3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{8},$$

学生甲的得分 X 的分布列为：

X	0	3
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{8},$$

Y 的可能取值为 0, 3, 5，

$$P(Y=3) = \frac{1}{2} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{4},$$

$$P(Y=5) = \frac{1}{2} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{12},$$

$$P(Y=0) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3},$$

学生乙的得分 Y 的分布列为：

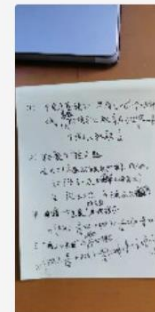
Y	0	3	5
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

$$E(Y) = 0 \times \frac{2}{3} + 3 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{12} = \frac{7}{6},$$

$$\therefore E(X) > E(Y),$$

学生甲的策略好.

高级辅导费交一下啊！😄😄😄



哪里的大师解题？😏😏😏😏😏



真想干一句粗粗的话！😡

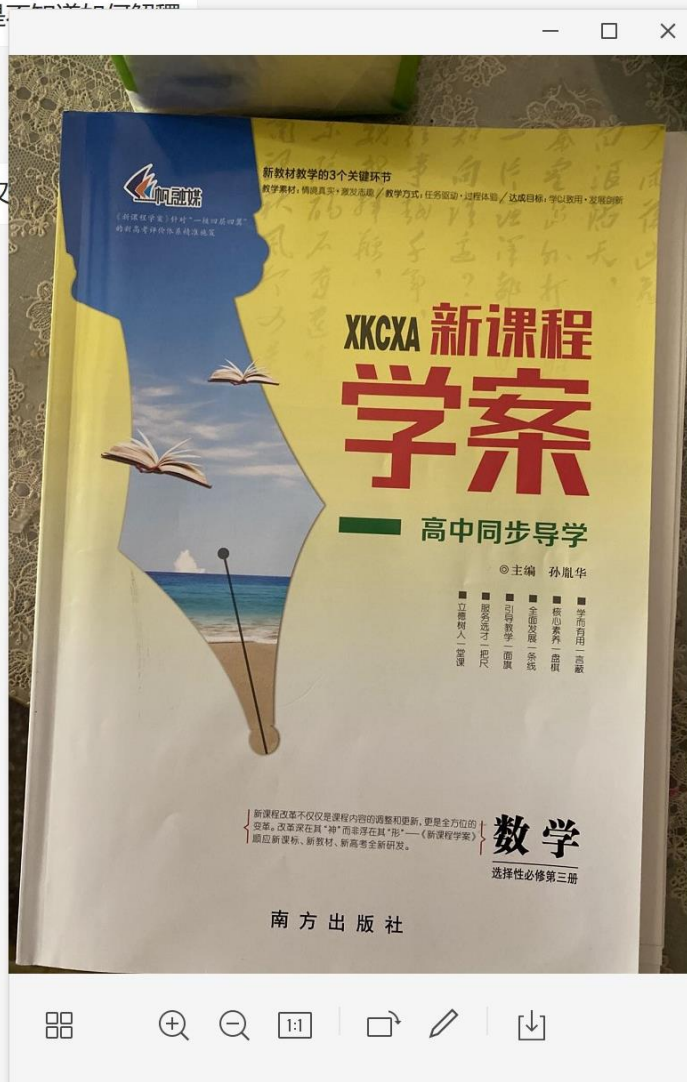


教輔教材的答案，我也覺得錯了，就是不知道錯在哪裡

(I) 問中若 " 选兩項 " 换成选三项 " 又



輔導費要交多少？🤔



请把教輔资料的封面发给我！

附加题：（20 分）

已知新高考数学共 4 道多选题，评分标准是每题满分 5 分，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有错选或不选的得 0 分．每道多选题共有 4 个选项，正确答案往往为 2 项或 3 项．为了研究多选题的答题规律，某数学兴趣小组研究发现：多选题正确答案是“选两项”和“选三项”的概率均为 0.5．现有学生甲、乙两人，由于数学基础很差，多选题完全没有思路，只能靠猜．

(1) 已知某题正确答案是“选两项”，求学生甲不得 0 分的概率；

(2) 学生甲的答题策略是“猜一个选项”，学生乙的策略是“猜两个选项”，试比较两个同学的策略，谁的策略能得更高的分数？并说明理由．有人给出如下解题答案：

【解析】（1）某题正确答案是“选两项”的条件

下，学生甲乱猜该题，

他不得 0 分的情况有两种：

①只选一个选项得 2 分的概率为： $P_1 = \frac{C_2^1}{C_4^1} = \frac{1}{2}$ ，

②选两个选项，得 5 分的概率为： $P_2 = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}$ ，

∴某题正确答案是“选两项”的条件下，学生甲乱猜该题，

学生甲不得0分的概率为： $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

(2) 设甲、乙两人的得分分别为 X, Y ，两人的得分期望分别为 $E(X), E(Y)$ ，

则 X 的可能取值为 0, 3，

$$P(X=0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8},$$

$$P(X=3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{8},$$

学生甲的得分 X 的分布列为：

X	0	3
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{8}.$$

Y 的可能取值为 0, 3, 5，

$$P(Y=3) = \frac{1}{2} \times \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{1}{4},$$

$$P(Y=5) = \frac{1}{2} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{12},$$

$$P(Y=0) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3},$$

∴ 学生乙的得分 Y 的分布列为：

Y	0	3	5
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

$$E(Y) = 0 \times \frac{2}{3} + 3 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{12} = \frac{7}{6},$$

$$\therefore E(X) > E(Y),$$

$\therefore$ 学生甲的策略好.

对此提出你的看法！如果你不认同以上解答，请说明理由并给出正确答案.

5

漫谈统计思维 和统计方法

正态得分



标准分



新高考的计分方法

从显著性检验角度谈无罪推定判决法



**敬请老师和领导们
批评指正！**

